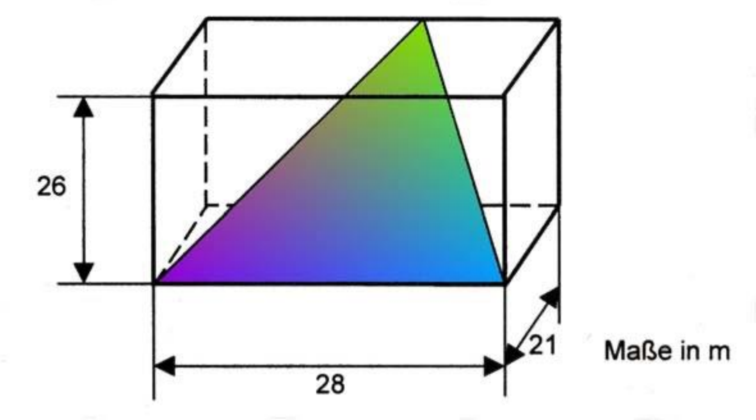
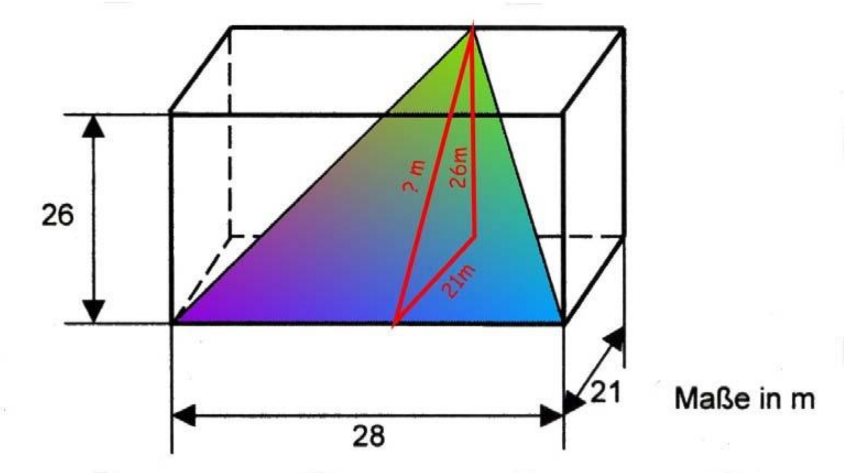
01 - Flächen

In einem quaderförmigen Raum ist ein Dreieck aufgespannt (siehe Skizze).
Berechne die Fläche des Dreiecks und runde das Ergebnis auf zwei Dezimalstellen.



Fläche des Dreiecks

Lösungsschema: Man hat die Grundseite des Dreiecks mit 28 m. Es fehlt aber die Höhe des Dreiecks. Um die Höhe zu berechnen, muss man ein rechtwinkliges Dreieck in den Quader legen. Dann erst kann man mit dem Pythagoras die Höhe des Dreiecks bestimmen.



1. Höhe des Dreiecks:

$a^2 + b^2 = c^2$

$21^2 + 26^2 = c^2$

$1\,117 = c^2$ / √

$33{,}42 = c$

2. Dreiecksfläche:

$A_D = \frac{g \cdot h}{2}$

$A_D = \frac{28 \cdot 33{,}42}{2}$

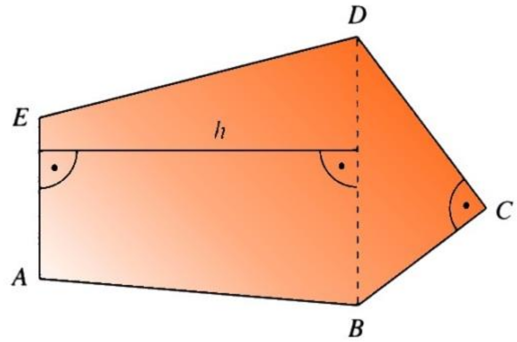
$A_D = 467{,}88\ m^2$

Antwort: Das Dreieck hat einen Flächeninhalt von 467,88 m^2.

Flächen - 02

Berechne die Fläche des dargestellten unregelmäßigen Fünfecks.

$[AE]$ = 6 cm
$[BC]$ = 6 cm
$[CD]$ = 8 cm
h = 12 cm



1. Strecke $[DB]$ mit dem Pythagoras berechnen:

$a^2 + b^2 = c^2$

$6^2 + 8^2 = c^2$

$100 = c^2 \quad / \sqrt{}$

10 cm = c

2. Fläche Trapez:

$A_{Tr} = \frac{a+c}{2} \cdot h$

$A_{Tr} = \frac{6+10}{2} \cdot 12$

A_{Tr} = 96 cm²

3. Fläche Dreieck:

$A_D = \frac{g \cdot h}{2}$

$A_D = \frac{6 \cdot 8}{2}$

A_D = 24 cm²

4. Gesamtfläche:

$A_{ges.} = A_{Tr} + A_D$

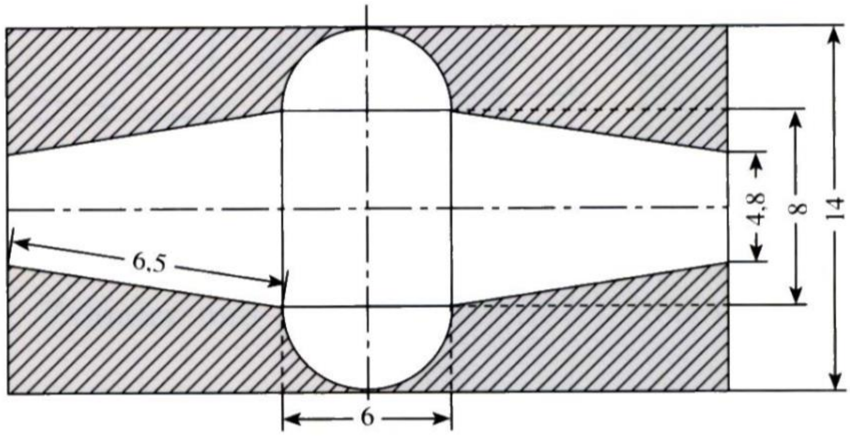
$A_{ges.} = 96\ cm^2 + 24\ cm^2$

$A_{ges.}$ = 120 cm²

Antwort: Die Fläche des Fünfecks beträgt 120 cm^2.

03 - Flächen

Berechne die in der Skizze schraffierte Fläche!



Maße in cm

Hinweise:

- Die Figur ist achsensymmetrisch - Rechne mit π = 3,14!

1. Teilflächen berechnen – weiße Flächen

Rechteck in der Mitte	2 Halbkreise in der Mitte	Trapezhöhe
$A_R = a \cdot b$ $A_R = 6\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}$ **$A_R = 48\text{ cm}^2$**	$A_K = r \cdot r \cdot \pi$ $A_k = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3{,}14$ **$A_K = 28{,}26\text{ cm}^2$**	(8 cm – 4,8 cm) : 2 = 1,6 cm $a^2 + b^2 = c^2$ $1{,}6^2 + b^2 = 6{,}5^2$ / $- 1{,}6^2$ $b^2 = 39{,}69$ / $\sqrt{}$ **b = 6,30 cm**
Trapez $A_T = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $\quad A_T = \frac{8+4{,}8}{2} \cdot 6{,}30$ $\quad$ **$A_T = 40{,}32\text{ cm}^2$**		
Gesamtfläche weiß: $48\text{ cm}^2 + 28{,}26\text{ cm}^2 + 2 \cdot 40{,}32\text{ cm}^2 =$ **$156{,}90\text{ cm}^2$**		

2. Gesamtfläche Rechteck

Länge des Rechtecks: 6,3 cm + 6,3 cm + 6 cm = 18,60 cm

Fläche des Rechtecks: $A_R = a \cdot b$ $\qquad A_R = 18{,}60\text{ cm} \cdot 14\text{ cm}$ $\qquad$ **$A_R = 260{,}40\text{ cm}^2$**

3. Restfläche berechnen = schraffierte Fläche

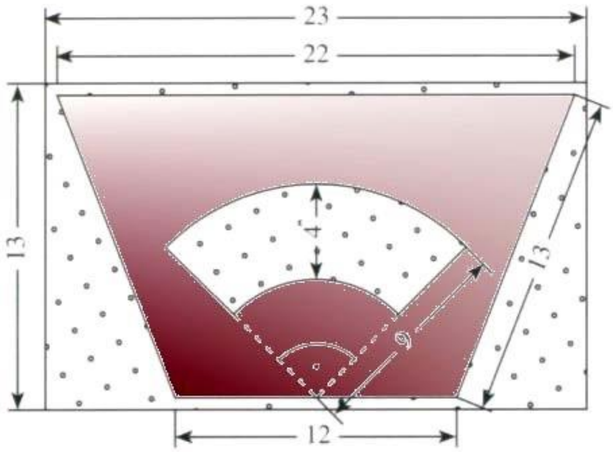
$A = 260{,}40\text{ cm}^2 – 156{,}90\text{ cm}^2$ $\qquad$ **$A = 103{,}50\text{ cm}^2$**

Antwort: Die schraffierte Fläche ist 103,50 cm² groß.

Fläche - 04

Aus einem rechteckigen Aluminiumblech wird folgende Frontplatte für ein Messgerät gestanzt (siehe weiße Fläche!). Maße in cm!

Gib den Abfall (gepunktete Fläche) in Prozent an. Hinweis: Runde den Prozentsatz auf eine Dezimalstelle)



1. Gesamtfläche des Rechtecks

$A_R = a \cdot b$

$A_R = 23cm \cdot 13cm$

$A_R = 299\ cm^2$

2. Teilfläche = Trapez – Teil des Kreisringes

Höhe des Trapezes:

(22 cm – 12 cm) : 2 = **5cm**

Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

$5^2 + b^2 = 13^2$

$b^2 = 13^2 - 5^2$

$b^2 = 144 \quad / \sqrt{}$

b = 12 cm

Fläche des Trapezes:

$A_{Tr} = \frac{a+c}{2} \cdot h$

$A_{Tr} = \frac{22\ cm + 12\ cm}{2} \cdot 12\ cm$

$A_{Tr} = 204\ cm^2$

3. Fläche des Kreisrings

Außenkreis	Innenkreis	Kreisring
$A_{Ka} = r^2 \cdot \pi$	$A_{Ki} = r^2 \cdot \pi$	$A_K = A_{Ka} - A_{Ki}$
$A_{Ka} = 9^2 \cdot 3{,}14$	$A_{Ki} = 5^2 \cdot 3{,}14$	$A_K = 254{,}34\ cm^2 - 78{,}5\ cm^2$
$\underline{\underline{\mathbf{A_{Ka} = 254{,}34\ cm^2}}}$	$\underline{\underline{\mathbf{A_{Ki} = 78{,}5\ cm^2}}}$	$\underline{\underline{\mathbf{A_K = 43{,}96\ cm^2}}}$

4. Fläche des Abfalls

$A = 299\ cm^2 - (204\ cm^2 - 43{,}96\ cm^2)$

$\underline{\underline{\mathbf{A = 138{,}96\ cm^2}}}$

5. Abfall in Prozent

$$p = \frac{P \ \cdot 100}{G} \qquad p = \frac{138{,}96\ cm^2 \ \cdot 100}{299 cm^2} \qquad \mathbf{p = 46{,}47\%}$$

Antwort: Der Abfall beträgt 46,47% der Aluminiumplatte.

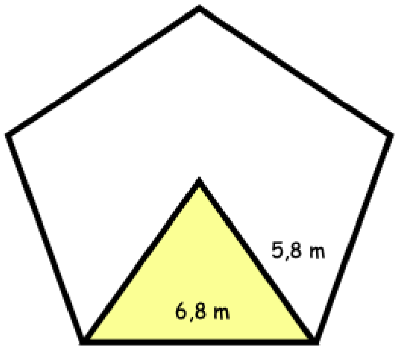
Fläche – 05

Eine Firma stellt ihre Produkte auf einer Fläche aus, die die Form eines regelmäßigen Fünfecks hat. Eine Fünfeckseite misst 6,8 m. Der Abstand der fünf Eckpfosten vom Mittelpunkt des Fünfecks beträgt jeweils 5,8 m.

a) Zeichne eine Skizze und trage die angegebenen Maße ein.
b) Berechne die Ausstellungsfläche. Runde auf ganze m^2.
c) Wie viel Standgebühr muss die Firma bezahlen, wenn 1 m^2 Ausstellungsfläche 39 € kostet?
d) Auf die Standgebühr erhebt die Messegesellschaft einen 30 %igen Aufschlag.

Wie hoch sind die Gesamtkosten für die Ausstellungsfläche, wenn dann noch 16 % MwSt dazukommen?

a) Skizze:



b) Fläche der Ausstellung

1. Höhe des Bestimmungsdreiecks

$a^2 + b^2 = c^2$

$3{,}4^2 + b^2 = 5{,}8^2$

$b^2 = 5{,}8^2 – 3{,}4^2$

$b^2 = 22{,}08\ m^2$ / $\sqrt{}$

$b = 4{,}70$ m

2. Fläche der Ausstellung

$A = (6{,}8\ m \cdot 4{,}7\ m) : 2 \cdot 5$

$A = 79{,}9\ m^2$

Antwort: Die Ausstellung hat eine Fläche von 79,9 m^2.

c) Standgebühr

$80m^2 \cdot 39$ €/m^2 = **3120 €**

Antwort: Die Firma muss 3120 € Standgebühr zahlen.

d) <u>Gesamtkosten:</u>

Kosten mit 30%-igen Aufschlag:

P = $\frac{G \cdot p}{100}$

P = $\frac{3120\,€ \cdot 30\%}{100\%}$

P = 936,00 €

3120 + 936 = **<u>4056 €</u>**

oder du rechnest gleich:

3120 € · 1,30 = 4056€

Kosten mit MwSt.:

P = $\frac{G \cdot p}{100}$

P = $\frac{4056\,€ \cdot 16\%}{100\%}$

P = 648,96 €

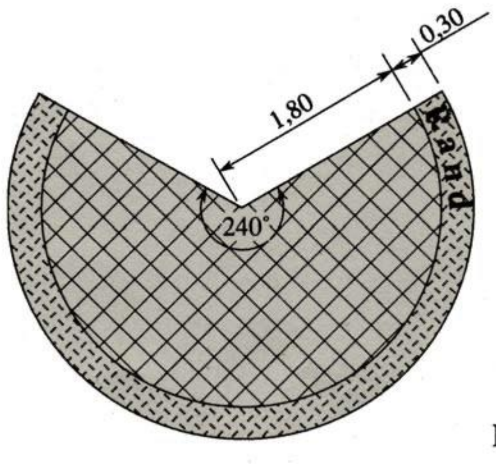
4056 + 648,96 = **<u>4704,96 €</u>**

oder du rechnest gleich:

4056 € · 1,16 = 4704,96 €

Antwort: Die Gesamtkosten betragen 4704,96 €.

<u>Fläche – 06</u>
In einem Freizeitbad soll ein 80 cm tiefer Whirlpool eingebaut werden. Die Maße entnimm der Skizze, die den Whirlpool von oben gesehen darstellt.



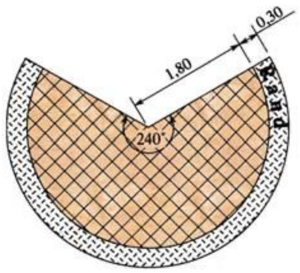
Längenmaße in m

a) Der Beckenboden und die Innenwände des Pools sollen gefliest werden. Wie viele m² Fliesen müssen bestellt werden, wenn mit einem Verschnitt von 5% gerechnet werden muss?
b) Um den Beckenrand soll ein rutschfester Belag verlegt werden. 1 m² kostet 67 €. Wie teuer kommt der Belag?

Hinweise:
Rechne mit π = 3,14.
Runde alle Ergebnisse – auch Zwischenergebnisse – auf zwei Dezimalstellen.

<u>a) Fläche Beckenboden und Innenwände</u>

⇒ Beckenboden = Kreisausschnitt



$A_K = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$A_K = 1{,}80^2 \cdot \pi \cdot \frac{240°}{360°}$

$\underline{\underline{A_K = 6{,}78\ m^2}}$

⇒ Fläche Innenwand = Kreisbogen · Höhe des Beckens + Seitenfläche

Kreisbogenfläche:	Seitenfläche:
A = Kreisbogen · Höhe des Beckens	$A_R = a \cdot b$ $A_R = 1{,}8 \cdot 0{,}8$ $\underline{\underline{A_R = 1{,}44\ m^2}}$
$A = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°} \cdot 0{,}8$ $A = 2 \cdot 1{,}80 \cdot \pi \cdot \frac{240}{360°} \cdot 0{,}8$ $A = \underline{\underline{6{,}03\ m^2}}$	Gesamtinnenwände: $A = 6{,}03\ m^2 + 1{,}44\ m^2$ $\underline{\underline{A = 8{,}91\ m^2}}$

⇒ Gesamtfläche: A = 6,78 m^2 + 8,91 m^2

<u>A = 15,69 m^2</u>

⇒ Benötigte Fliesen mit Verschnitt:

100% = 15,69 m^2

1% = 0,1569

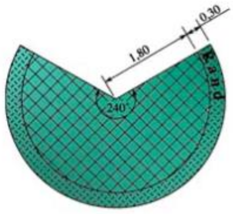
105% = **<u>16,47 m^2</u>**

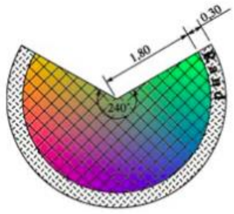
Antwort: Es werden 16,47m^2 Fliesen benötigt.

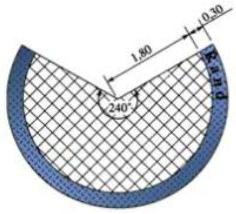
<u>b) Preis für den rutschfesten Belag:</u>

Lösungsschema: Fläche großer Kreisausschnitt – Fläche kleiner Kreisausschnitt

großer Kreisausschnitt - kleiner Kreisausschnitt = rutschfester Rand







$A_K = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $A_K = 2{,}10^2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{240}{360°}$ **<u>A_K = 9,23 m^2</u>**	$A_K = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $A_K = 1{,}80^2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{240}{360°}$ **<u>A_K = 6,78 m^2</u>**	A = 9,23 m^2 – 6,78 m^2 **<u>A_R = 2,45 m^2</u>**

⇒ Kosten für den Belag:

2,45 m^2 $\cdot$ 67 €/m^2 = **<u>164,15 €</u>**

Antwort: Der rutschfeste Belag kostet 164,15 €.

Fläche – 07

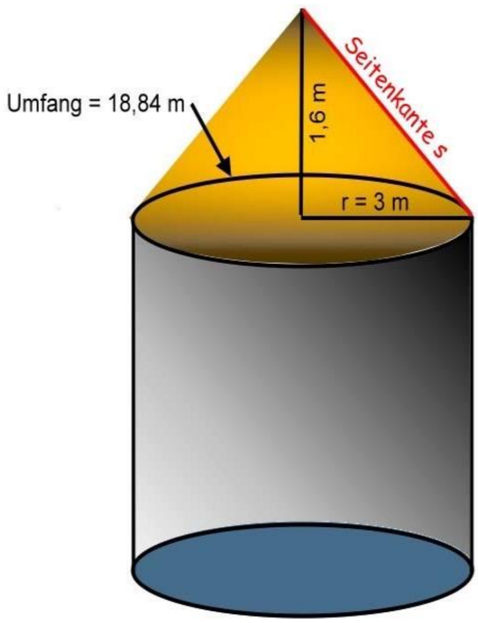
Ein kreisrunder Pavillon mit einem Umfang von 18,84 m erhält ein kegelförmiges Kupferdach, das 1,6 m hoch ist.

a) Wie viele m^2 Kupferblech werden benötigt, wenn 15% Verschnitt hinzugerechnet werden müssen?

b) Wie teuer wird das Kupferdach des Pavillons, wenn für die Montage 2245 € berechnet werden und 1 m^2 Kupferblech 56 € kostet?

Hinweise:
Rechne mit π = 3,14.
Runde alle Zwischenergebnisse auf zwei Dezimalstellen

Skizze:



a) Kupferblech in m^2

- Radius des Kreises

$u_K = 2 \cdot r \cdot \pi$
$18{,}84\ m = 2 \cdot r \cdot 3{,}14 \quad / : 3{,}14 / : 2$
$\underline{\underline{3{,}00\ m = r}}$

- Länge der Seitenkante s

$a^2 + b^2 = c^2$
$3^2 + 1{,}6^2 = c^2$
$11{,}56\ m^2 = c^2 \quad / \sqrt{}$
$\underline{\underline{\mathbf{3{,}4\ m = c}}}$

- Fläche des Kegelmantels

$M = r \cdot \pi \cdot s$
$M = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}4$
$\underline{\underline{\mathbf{M = 32{,}03\ m^2}}}$

- Fläche des Kupferblechs

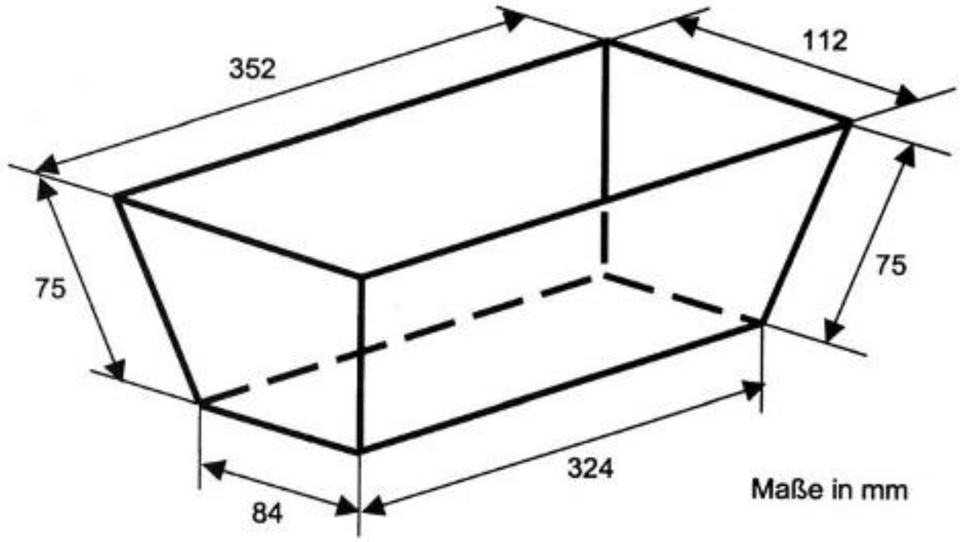
100 % = 32,02
1 % = 0,3202
$\underline{\underline{115\% = 36{,}83\ m^2}}$

b) Kosten

$36{,}83\ m^2 \cdot 56\ €/m^2 + 2245\ € =$ $\underline{\underline{\mathbf{4307{,}48\ €}}}$

Fläche – 08

Aus Blech wird eine Kastenform für Kuchen hergestellt (siehe Skizze).



Berechne die Fläche des zu verwendenden Blechs, wenn für die Falze ein Mehrbedarf von 7% zu berücksichtigen ist.

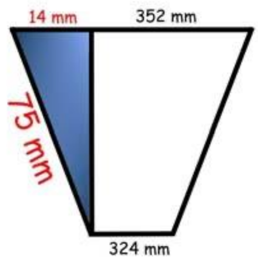
Hinweise: Runden alle Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf ganze Zahlen.

Oberfläche der Kuchenform

Lösungsschema: Zerlegen der Kuchenform in Teilflächen = 4 Trapeze + 1 Rechteck

Trapez 1 + Trapez 2 + Rechteck = Gesamt

Höhe des Trapezes



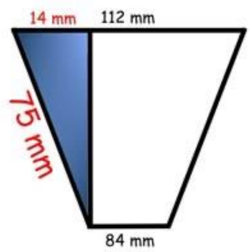
$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 + 14^2 = 75^2$

$a^2 = 5429 \text{ mm}^2$

$\underline{a = 74 \text{ mm}}$

Höhe des Trapezes

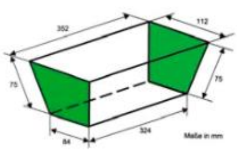


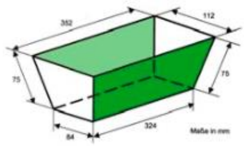
$a^2 + b^2 = c^2$

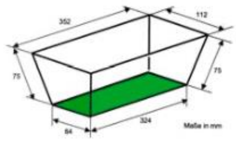
$a^2 + 14^2 = 75^2$

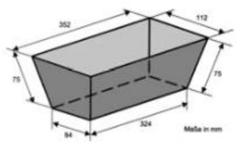
$a^2 = 5429 \text{ mm}^2$

$\underline{a = 74 \text{ mm}}$









$A_{Tr} = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $A_{Tr} = \frac{112+84}{2} \cdot 74$ $\underline{\underline{\mathbf{A_{Tr} = 7252\ mm^2}}}$	$A_{Tr} = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $A_{Tr} = \frac{352+324}{2} \cdot 74$ $\underline{\underline{\mathbf{A_{Tr} = 25012\ mm^2}}}$	$A = a \cdot b$ $A = 324 \cdot 84$ $\underline{\underline{\mathbf{A = 27216 mm^2}}}$	Gesamtfläche: A = (7252 + 25012) · 2 + 27216 $\underline{\underline{\mathbf{A = 91744\ mm^2}}}$

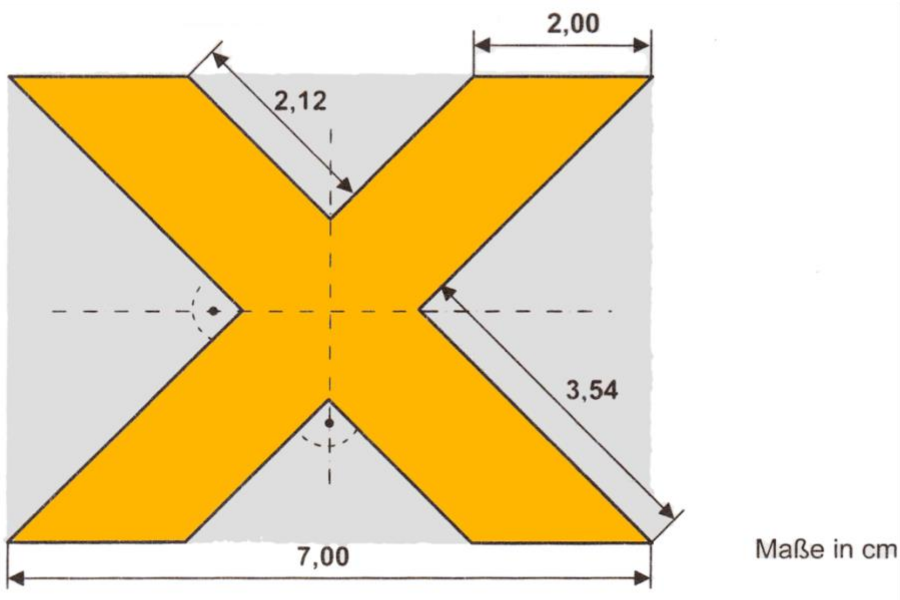
Mehrbedarf:

$91744\ mm^2 \cdot 1{,}07 = \underline{\underline{\mathbf{98166\ mm^2}}}$

Antwort: Man benötigt 98166 mm^2 Blech für die Kuchenform.

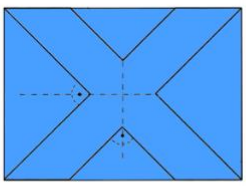
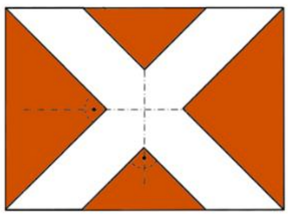
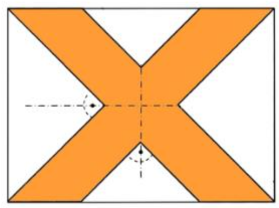
Fläche – 09

Berechne die Fläche des Buchstabens.



Lösungsschema zum Berechnen des Buchstabens

Gesamtfläche - Teilfläche = Buchstabe x

 -  = 

35,07 cm^2 - (12,53 cm^2 + 4,49 cm^2) = **18,05 cm^2**

Schritt 1: Berechnung der Gesamtfläche:

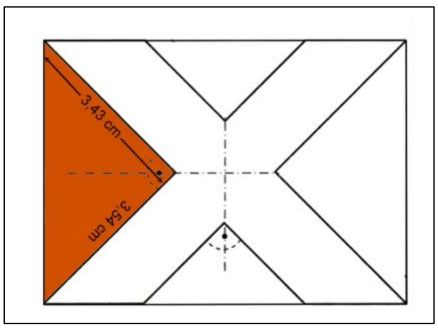
Berechnung der Rechteckbreite mit Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

$3{,}54^2 + 3{,}54^2 = c^2$

$25{,}0632 = c^2 \quad / \sqrt{}$

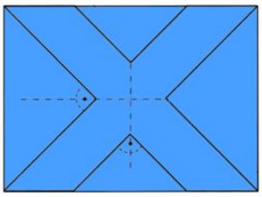
5,01 cm = c



Schritt 2: Berechnung des Rechtecks:

$A_R = a \cdot b$

$A_R = 7cm \cdot 5{,}01\ cm$

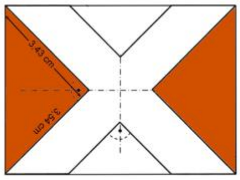


$\underline{\underline{A_R = 35{,}07\ cm^2}}$

Schritt 3: Fläche der beiden großen Dreiecke:

$A_D = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 2$

$A_D = \frac{3{,}54 \cdot 3{,}54}{2} \cdot 2$

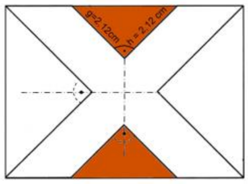


$\underline{\underline{A_D = 12{,}53\ cm^2}}$

Schritt 4: Fläche der beiden kleinen Dreiecke:

$A_D = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 2$

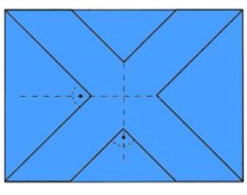
$A_D = \frac{2{,}12 \cdot 2{,}12}{2} \cdot 2$



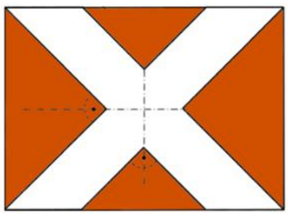
$\underline{\underline{A_D = 4{,}49\ cm^2}}$

Schritt 5: Restfläche = Buchstabe

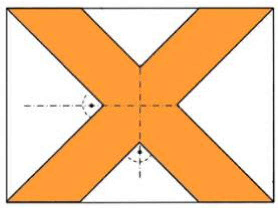
Gesamtfläche - Teilfäche = Buchstabe



-



=

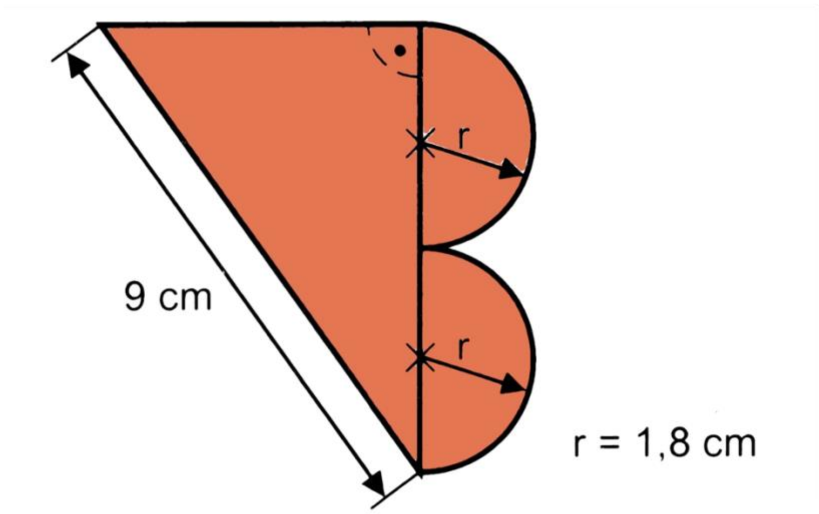


$35{,}07\ cm^2 - (12{,}53\ cm^2 + 4{,}49\ cm^2) = \underline{\underline{\mathbf{18{,}05\ cm^2}}}$

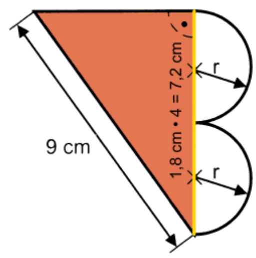
Antwort: Der Buchstabe hat eine Fläche von 18,05 cm².

Fläche – 10

Berechne die Fläche der Figur (siehe Skizze).



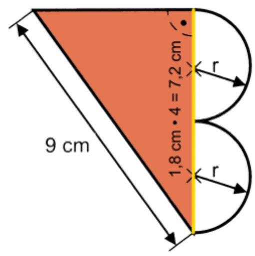
Schritt 1: Berechnung der Fläche des Dreiecks:



1. Berechnung der Kathete 1:
   Eine Seite des Dreiecks ist 4 mal so lang, wie der Radius der aufgesetzten Kreise.

   $4 \cdot 1{,}8$ cm = **7,2 cm**

2. Berechnung der Kathete 2 mit dem Pythagoras:
   Jetzt kann man in dem rechtwinkligen Dreieck die andere Kathete berechnen, wenn man den Pythagoras anwendet.



$a^2 + b^2 = c^2$

$7{,}2^2 + b^2 = 9^2 \quad / - 7{,}2^2$

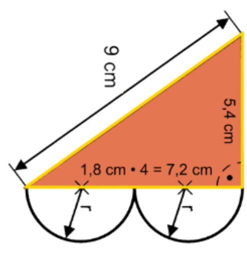
$b^2 = 9^2 - 7{,}2^2$

$b^2 = 81 - 51{,}84$

$b^2 = 29{,}16\ cm^2 \quad / \sqrt{}$

$b = 5{,}4$ cm

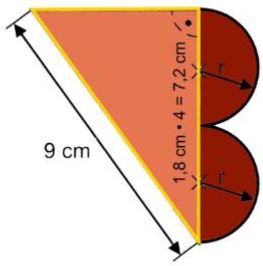
3. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks:
   Jetzt kann man das Dreieck mit g = 7,2 cm und h = 5,4 cm berechnen.



$A_D = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 2 \quad A_D = \frac{7{,}2 \cdot 5{,}4}{2} \cdot 2 \quad$ **$A_D = 19{,}44\ cm^2$**

Schritt 2: Berechnung des Kreises:

Die Fläche besteht aus 2 Halbkreisen mit dem Radius 1,8 cm. Zusammengesetzt ergeben sie einen Vollkreis.



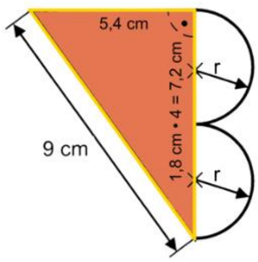
$A_K = r \cdot r \cdot \pi$

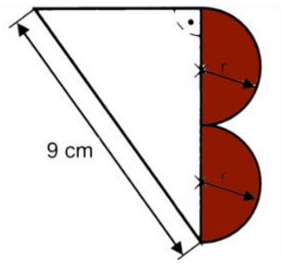
$A_K = 1{,}8 \cdot 1{,}8 \cdot 3{,}14$

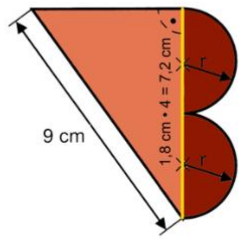
<u>**A_K = 10,17 cm²**</u>

Schritt 3: Gesamtfläche:

Dreieck + Kreis = Gesamtfigur







$19{,}44\ cm^2 + 10{,}17\ cm^2 = \underline{\underline{\mathbf{29{,}61\ cm^2}}}$

Antwort: Die Figur hat eine Fläche von 29,61 cm².